



باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش



اداره کل آموزش و پرورش استان البرز ناحیه ۱ کرج

امتحانات پایانی نوبت اول مجتمع آموزشی سلاله سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

نام و نام خانوادگی:	آزمون درس : آمار و احتمال	نمره به عدد:
نام دبیر: خانم ابراهیم زاده	تاریخ آزمون : ۱۹/۱۰/۱۴۰۳	نمره به حروف:
کلاس: یازدهم ریاضی	مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۴ صفحه
ردیف	دانش آموزان عزیز؛ پاسخ های خود را با خودکار آبی یا مشکی بنویسید. (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	بارم
۱	* درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را مشخص کنید. الف. گزاره $p \wedge p \sim$ یک گزاره همواره درست است. درست () نادرست () ب. اگر ۱۶ عددی فرد باشد آنگاه ۲۷ مکعب کامل است. درست () نادرست () پ. اگر $A \subseteq B \subseteq U$ باشد آنگاه $B' \subseteq A'$ است. درست () نادرست ()	۰/۷۵
۲	* جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید. الف. مجموعه عضوی دارای ۶۳ زیر مجموعه محض است. ب. مجموعه جواب گزاره نما $x \leq 2$ با توجه به $D = \mathbb{N}$ ، است. پ. اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد آنگاه مجموعه A برابر است. ت. هر عضو از فضای نمونه یک آزمایش تصادفی را یک می نامند. ث. دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند هر گاه ج. دو نفر با هم یک مرتبه سنگ، کاغذ، قیچی بازی می کنند. <u>تعداد</u> اعضای فضای نمونه برای این بازی است.	۱/۵
۳	* گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. الف. گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$ با کدامیک از گزاره های زیر هم ارز است؟ q (۱) p (۲) $\sim p$ (۳) $\sim q$ (۴) ب. فرض کنید A, B دو مجموعه غیر تهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند، کدام رابطه نادرست است؟ $A \subseteq B'$ (۱) $A - B' = \emptyset$ (۲) $A \cap B' = A$ (۳) $(A \cup B)' = \emptyset$ (۴)	۰/۵

۱/۵	اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود، مجموعه A چند عضو دارد؟	۴
۱/۵	با استفاده از جدول ارزش گذاری، هم ارزی گزاره زیر را بررسی کنید. $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	۵
۱	اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید. الف) $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ ب) $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$	۶
۱	ثابت کنید اگر n^2 زوج باشد آن گاه n نیز زوج است. ($n \in \mathbb{Z}$)	۷
۱/۵	ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کرده، سپس نقیض هر یک را بنویسید. $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$ $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y-3}{5} = .$	۸

۱/۵	به روش عضوگیری دلخواه و تعریف تساوی بین دو مجموعه تساوی $(A \cup B)' = A' \cap B'$ را ثابت کنید.	۹
۱/۵	به کمک جبر مجموعه ها درستی رابطه های زیر را بررسی کنید. الف) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ ب) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$	۱۰
۱	اگر $A = \{2, x + 2y, 4\}$ و $B = \{4, 5, x - y\}$ باشد و $A \times B = B \times A$ ، در این صورت، مقادیر x و y را بیابید.	۱۱
۱/۵	نمودار ضرب دکارتی $A \times B$ را در هر قسمت رسم کنید. الف: اگر $A = [-۲, ۲]$ و $B = [-۱, ۳]$ باشند. ب: $A = \mathbb{R}$ و $B = \{۲, ۴\}$	۱۲

۰/۷۵	با استفاده از اصول احتمال، ثابت کنید: $P(A') = 1 - P(A)$	۱۳
۱/۵	عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۵۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید: الف) عدد انتخابی بر ۵ یا ۷ بخش پذیر باشد. ب) عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد، ولی به ۷ بخش پذیر نباشد.	۱۴
۱/۵	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یکبار پرتاب این تاس، احتمال اینکه یکی از اعداد ۴ یا ۳ مشاهده شود چقدر است؟	۱۵
۱/۵	اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوریکه $P(A) = \frac{2}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $P(C')$ را به دست آورید.	۱۶
با آرزوی موفقیت روزافزون		



باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش



اداره کل آموزش و پرورش استان البرز ناحیه ۱ کرج

امتحانات پایانی نوبت اول مجتمع آموزشی سلاله سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

نام و نام خانوادگی:	آزمون درس : آمار و احتمال	نمره به عدد:
نام دبیر: خانم ابراهیم زاده	تاریخ آزمون : ۱۹/۱۰/۱۴۰۳	نمره به حروف:
کلاس: یازدهم ریاضی	مدت آزمون : ۱۱۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۴ صفحه

بارم	ردیف	دانش آموزان عزیز؛ پاسخ های خود را با خودکار آبی یا مشکی بنویسید. (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)
۰/۷۵	۱	* درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را مشخص کنید. هر سرد ۱/۲۵ الف. گزاره $p \wedge p \sim$ یک گزاره همواره درست است. درست () نادرست (x) ب. اگر ۱۶ عددی فرد باشد آنگاه ۲۷ مکعب کامل است. درست (x) نادرست () پ. اگر $A \subseteq B \subseteq U$ باشد آنگاه $B' \subseteq A'$ است. درست (x) نادرست ()
۱/۵	۲	* جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید. هر سرد ۱/۲۵ الف. مجموعه^۴..... عضو دارای ۶۳ زیر مجموعه محض است. ب. مجموعه جواب گزاره نما $x \leq 2$ با توجه به $D = \mathbb{N}$ ،^{1,2}..... است. پ. اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد آنگاه مجموعه A برابر^{$\emptyset$}..... است. ت. هر عضو از فضای نمونه یک آزمایش تصادفی را یک^{برآورد}..... می نامند. ث. دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند هر گاه^{$A \cap B = \emptyset$}..... ج. دو نفر با هم یک مرتبه سنگ، کاغذ، قیچی بازی می کنند. <u>تعداد</u> اعضای فضای نمونه برای این بازی^۹..... است.
۰/۵	۳	* گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. هر سرد ۱/۲۵ الف. گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$ با کدامیک از گزاره های زیر هم ارز است؟ q (۱) p (۲) $\sim p$ (۳) $\sim q$ (۴) ب. فرض کنید A, B دو مجموعه غیر تهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند، کدام رابطه نادرست است؟ $(A \cup B)' = \emptyset$ (۴) $A \cap B' = A$ (۳) $A - B' = \emptyset$ (۲) $A \subseteq B'$ (۱)

۱/۵	اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن 384 واحد کم می‌شود، مجموعه A چند عضو دارد؟ $2^n = 384 \rightarrow n = 9$ (۱۲۵) $2^{n-2} = 2^n - 384 \rightarrow \frac{2^n}{4} = 2^n - 384 \xrightarrow{\times 4} 4(2^n) = 2^n - 384 \times 4$ (۱۲۵) $3(2^n) = 384 \times 4 \rightarrow 2^n = \frac{384 \times 4}{3} = 512 \rightarrow n = 9$ (۱۲۵)	۴																														
۱/۵	با استفاده از جدول ارزش گذاری، هم ارزی گزاره زیر را بررسی کنید. $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ (هرستون ۱۲۵) <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \Leftrightarrow q$</th> <th>$p \Rightarrow q$</th> <th>$q \Rightarrow p$</th> <th>$p \Rightarrow q \wedge q \Rightarrow p$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>۰</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> </tr> </tbody> </table>	p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow q \wedge q \Rightarrow p$	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۵
p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow q \wedge q \Rightarrow p$																											
۱	۱	۱	۱	۱	۱																											
۱	۰	۰	۰	۱	۰																											
۰	۱	۰	۱	۰	۰																											
۰	۰	۱	۱	۱	۱																											
۱	اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید. الف) $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv \text{True}$ (۱۵) ب) $(p \Leftrightarrow q) \wedge r \equiv \text{False}$ (۱۵)	۶																														
۱	ثابت کنید اگر n^2 زوج باشد آن گاه n نیز زوج است. ($n \in \mathbb{Z}$) به جای اثبات این گزاره شرطی عکس نقیض آن را که با خواش هم ارزش است اثبات می‌کنیم (۱۲۵) $n^2 \text{ زوج} \Rightarrow n \text{ زوج}$ (۱۲۵) $n \text{ فرد} \Rightarrow n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ (۱۲۵) $n^2 = 2k' + 1 \Rightarrow n^2 \text{ فرد}$ (۱۲۵)	۷																														
۱/۵	ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کرده، سپس نقیض هر یک را بنویسید. $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2 \equiv \text{True}$ (۱۲۵) $x = -1$ (تلاش) نقین: $\exists x \in (-\infty, 0) \text{ و } x - \frac{1}{x} > -2$ (۱۵) $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y-3}{5} = 0 \equiv \text{True}$ (۱۲۵) $y = 3$ نقین: $\forall y \in \mathbb{R} \text{ و } \frac{y-3}{5} \neq 0$ (۱۵)	۸																														

به روش عضوگیری دلخواه و تعریف تساوی بین دو مجموعه تساوی $(A \cup B)' = A' \cap B'$ را ثابت کنید.

۱/۵

$$\begin{aligned} \forall x \in (A \cup B)' &\Rightarrow x \notin A \cup B \Rightarrow x \notin A \wedge x \notin B \Rightarrow x \in A' \wedge x \in B' \\ &\Rightarrow x \in A' \cap B' \Rightarrow (A \cup B)' \subseteq A' \cap B' \quad \text{✓۱۵} \\ \forall x \in A' \cap B' &\Rightarrow x \in A' \wedge x \in B' \Rightarrow x \notin A \wedge x \notin B \Rightarrow x \notin A \cup B \\ &\Rightarrow x \in (A \cup B)' \Rightarrow A' \cap B' \subseteq (A \cup B)' \quad \text{✓۱۵} \end{aligned}$$

۹

به کمک جبر مجموعه ها درستی رابطه های زیر را بررسی کنید.

الف) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

$$\text{سبب} = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap \overbrace{(B \cup B')}^U = A \quad \text{✓۲۵}$$

۱/۵

۱۰

ب) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

$$\begin{aligned} \text{سبب راست} &= (A \cap C') \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap (C' \cap C') = (A \cap B) \cap C' \\ &= (A \cap B) - C \end{aligned}$$

اگر $A = \{2, x + 2y, 4\}$ و $B = \{4, 5, x - y\}$ باشد و $A \times B = B \times A$ ، در این صورت، مقادیر x و y

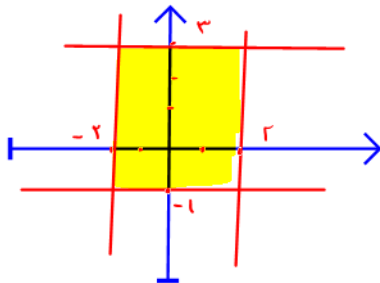
را بیابید. چون A و B مخالف هستند؛ $A \times B = B \times A$ نتیجه می گیریم $A = B$ ✓۲۵

۱

۱۱

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x = 3 \\ y = 1 \end{matrix} \quad \text{✓۲۵}$$

نمودار ضرب دکارتی $A \times B$ را در هر قسمت رسم کنید.

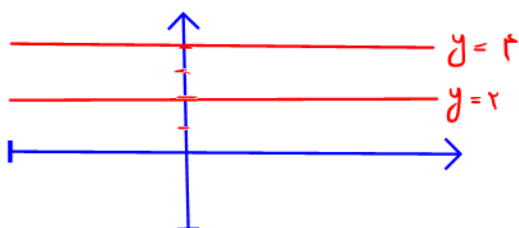


۱/۵

۱۲

الف: اگر $A = [-2, 2]$ و $B = [-1, 3]$ باشند. امزه

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\} \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad -2 \leq x \leq 2 \quad -1 \leq y \leq 3 \end{aligned}$$



✓۱۵ امزه

ب: $A = \mathbb{R}$ و $B = \{2, 4\}$

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\} \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad x \in \mathbb{R} \quad y = 2 \\ &\quad \quad \quad y = 4 \end{aligned}$$

با استفاده از اصول احتمال، ثابت کنید:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(S) = 1 \rightarrow P(A \cup A') = 1 \xrightarrow{\text{تاسزگار}} P(A) + P(A') = 1 \rightarrow P(A') = 1 - P(A)$$

عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۵۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) عدد انتخابی بر ۵ یا ۷ بخش پذیر باشد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{30}{150} \quad P(B) = \frac{21}{150} \quad P(A \cap B) = \frac{4}{150}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{47}{150}$$

ب) عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد، ولی به ۷ بخش پذیر نباشد.

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{30}{150} - \frac{4}{150} = \frac{26}{150}$$

یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یکبار پرتاب این تاس، احتمال اینکه یکی از اعداد ۲ یا ۳ مشاهده شود چقدر است؟

$$P(1) = P(2) = P(3) = K \quad P(4) = P(5) = P(6) = 3K$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \rightarrow 12K = 1 \rightarrow K = \frac{1}{12}$$

$$P(4) + P(3) = \frac{4}{12}$$

اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ و $B = \{a, b, c, d\}$ و

$C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوریکه $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $P(C')$ را به دست

$$P(A) = P(a) + P(b) = \frac{2}{5} \quad C' = \{c, d\} \text{ آورید.}$$

$$P(B) = P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = \frac{3}{5}$$

$$P(C') = P(c) + P(d) = P(B) - P(A) = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$